الجمهورية اليمنية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة العلوم الحديثة

كلية التعليم المفتوح وعن بعد

الرياضة البحتة

المحاضرة الاولى

الفئات

التعريف:-

هي مجموعة من الأرقام أو الرموز معرفة تعريفا دقيقا وتكتب بين قوسين { } وهذه الأرقام أو الرموز التي تتكون منها الفئة تسمى عناصر الفئة. وهذه العناصر قد تكون أي شيء.

مثل:-

أعداد-أفراد؛ مدن ، كتب، .....الخ.

أمثلة:-

1- فئة الأعداد الطبيعية التي تقع بين 9- 3 هذه الفئة تتكون من خمسة عناصر {4,5,6,7,8}.

2- فئة الأعداد الصحيحة الفردية الموجبة وهذه الفئة تتكون من الأعداد {1,3,5,7,9,11,.....}.

- وعادة يرمز للفئة وعناصرها بالرموز الآتية:-

a, b, c..... ترمز للعنصر.

A,B,C..... ترمز للفئة.

طرق كتابة الفئة

أ- الطريقة القائمة:-

وهي كتابة جميع عناصر الفئة بين قوسين { } مثل:- A= {1,2,3,.....}

ب – الطريقة الوصفية:-

وهي كتابة عناصر الفئة وذلك عن طريق خاصية أو مجموعة خواص تصف عناصر الفئة بطريقة واضحة ودقيقة مثلا نرمز لفئة الأعداد الصحيحة الفردية الموجبة مثال

C={ X:X عدد صحيح فردي موجب}

- الفئة الخالية (فاى) ø = { }

وهي الفئة الخالية التي لا تحتوي على أي عنصر ويرمز ø أو { } وتقرا (فاي- phi).

تذكر أن

C={0} ليست فئة خالية لأنها تحتوي على الصفر كعنصر.

- الفئة الجزئية

يقال للفئة «A»أنها فئة جزئية من «B»إذا كان كل عنصر من عناصر الفئة «A» ينتمي إلى الفئة «B»ويرمز لها بالرمز :⊂(يعني فئة جزئية من)
والرمز ⊃: يعني (تحتوي على الفئة).
وعلى ذلك تكتب الحالتين السابقتين كالآتي:ـ
$A \subset B$ ويقرا الفئة «A» فئة جزئية من الفئة (B)
$B \supset A$ ويقرا الفئة «B» فئة تحتوي على الفئة (A)

تذكر أن

الفئة«B» لا تساوي الفئة «A» حيث توجد بعض العناصر الأخرى في الفئة «B» لا تكون موجودة في الفئة «A».

- تساوي الفئات.

يقال أن الفئة «A» تساوي الفئة «B»إذا كانت كل من الفئتين تحتوي على نفس العناصر ويرمز لها :A=B

تذكر أن

كل عنصر من عناصر الفئة «A» ينتمي إلى الفئة «B» وأيضا كل عنصر من عناصر الفئة «B» ينتمي إلى الفئة «A».

- الفئة الشاملة

وهي عبارة عن الفئة التي تتضمن جميع العناصر الممكنة لعدة فئات ويرمز لها :«U»

- متمم الفئة

وهي الفئة التي تتكون من جميع العناصر التي تنتمي إلى الفئة الشاملة «U» و لا تنتمي إلى الفئة «A» تسمى متمم الفئة ويرمز لها«A^C »أو«$\bar{A}$» ويتم التعبير عن ذلك بالعلاقة الرياضية التالية $\{\chi \notin A$ و $A^C=\{\chi : \chi \in U$

العمليات الجبرية على الفئات

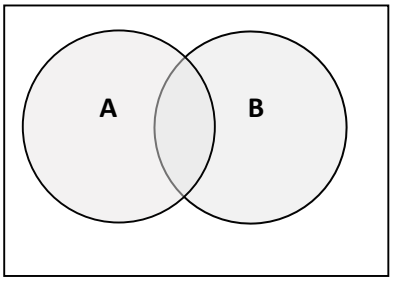
تجرى العديد من العمليات الجبرية على الفئات، وذلك لدراسة علاقة هذه الفئات بالفئة الشاملة «U» وعلاقة الفئات بعضها ببعض. والأساليب التي تستخدم في حالة فئتين إلى الحالة التي يكون لدينا فيها أكثر من فئتين :-

1- اتحاد الفئات :

اتحاد فئتين «A, B» عبارة عن الفئة التي تتكون من جميع العناصر التي تنتمي إلى الفئة «A» أو الفئة «B»أو كليهما معا ويرمز لها بالرمز A ∪B

ويعبر عنها رياضيا كالآتي $A \cup B=\{ \chi : \chi \in A$ أو $\chi \in B\}$

ويكون شكل فن كالآتي:



2- تقاطع الفئات:

تقاطع الفئتان «A, B»هو عبارة عن فئة تتكون من العناصر المشتركة في الفئتين «A» و«B » ويرمز لها بالرمز A∩B

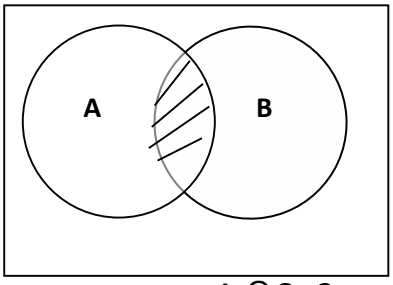
ويعبر عن تقاطع الفئتين A وB رياضيا كالآتي $A \cap B=\{ \chi : \chi \in A$ و $\chi \in B\}$

مثال:-

إذا كانت A={ 1,2,3,4}

B={ 2,4,6,8}

C ={ 3,4,5,6}



فأوجد 1- A ∩B 2- A ∪B 3- A ∩C

1- A ∩B={2,4}

2- A ∪B ={1,2,3,4,6,8}

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

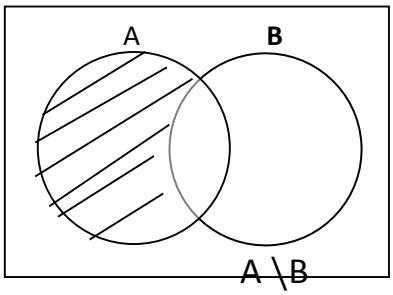
3- $A \cap C=\{3,4\}$

4- فروق الفئات:-

سمى مجموعة العناصر التي تنتمي إلى الفئة «A» ولا تنتمي إلى الفئة «B» بفرق الفئتين A وB ويرمز لها $A\backslash B$ بمعنى فئة العناصر التي تنتمي إلىA ولا تنتمي إلى B

ويتم التعبير عن هذا الفرق بالعلاقة الرياضية $A \backslash B = \{ \chi : \chi \in A \text{ و } \chi \notin B\}$

ويكون شكل فن كالآتي:



مثال

بفرض انه لدينا الفئتين $C=\{3,4,5,6\}$ و $B=\{2,4,6,8\}$

أوجد:

1) $A \backslash B$, 2) $B \backslash A$

1- $A \backslash B=\{2,8\}$

2- $B\backslash A =\{3,5\}$

تذكر أن

من تعريف الفرق بين الفئتين A , B نلاحظ الآتي:

1- $(A \backslash B) \subset A$

2- إذا كانت $A \subset B$ فان $A \backslash B = \emptyset$

4-حاصل ضرب الفئات:

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

لتكنBوA أي فئتين فان حاصل ضرب AوB عبارة عن مجموعة الأزواج المرتبة للعناصر داخل الفئات ويرمز لها A×B

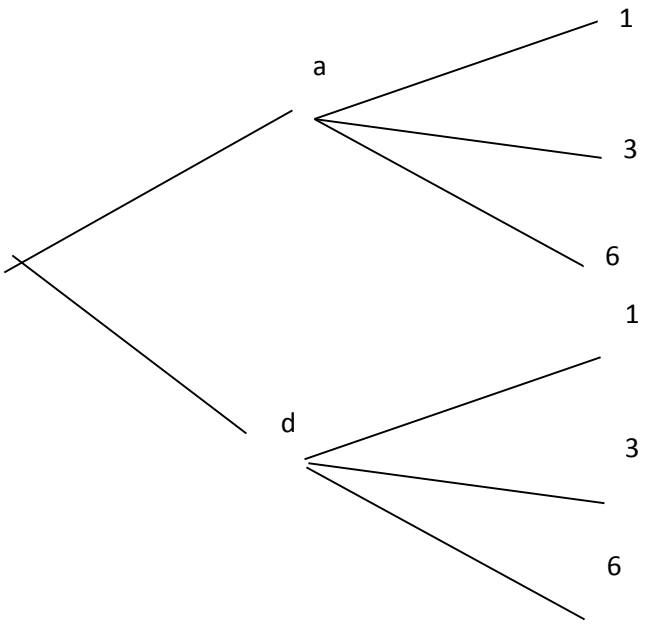
مثال:

لتكن A = { 1, 3, 6} و B = { a, d}

فأوجدA×B ثم وضح الضرب باستخدام الشجرة البيانية.

$A \times B = \{1,3,6\} \times \{a,d\}$

$= \{(1,a), (2,a), (6,a), (1,d), (3,d), (6,d)\}$



www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

تذكر أن

$B \times A \neq A \times B$

خواص العمليات الجبرية للفئات:

توجد العديد من الخواص الجبرية المتعلقة بجبر الفئات يمكن تلخيصها كما يلي:

بفرض انه لدينا الفئة الشاملة "U" والفئات الجزئية "A, B, C" فإنها تحقق الخواص الجبرية التالية:

ملاحظات:

$$A \cup A^C = U \quad , \quad (A^C)^C = A$$

$$A \cap A^C = \emptyset \quad , \quad U^C = \emptyset \quad , \quad \emptyset^C = U$$

*** خاصية حيادية القوة:**

$$(1)\ A \cup A = A \quad , \quad A \cap A = A$$

*** خاصية الترابط:**

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(2)(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

*** خاصية الإبدال:**

$$(3)\ A \cup B = B \cup A \,, \quad A \cap B = B \cap A$$

*** خاصية التوزيع:**

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(4) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

***خاصية الفئات المحايدة:**

$$A \cup \emptyset = A \quad , \quad A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$(5)\ A \cup U = U \quad , \quad A \cap U = A$$

- **قانوني دي مورغان:**

$$(a)\ (A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$

(b) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

مثال:

إذا كانت:

$U=\{1,2,3,4,5,6\}$

$A \cup B=\{1,2,3,5\}$

فأوجد:

الحل:

$A^C \cap B^C$

من قانوني دي مورغان

$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

$A^C \cap B^C = \{4,6\}$

مثال:

إذا كانت:

$U= \{1,2,3,4,5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A^C \cup B^C = \{2, 5, 7, 9, 10\}$

فأوجد:

$A \cap B$

الحل:

من قانوني دي مورغان نجد أن:

$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

نضع:

$A^C = A \ , \ B^C = B$

فيكون:

$A \cap B = (A^C \cup B^C)^C$

$= \{2, 5, 7, 9, 10\}$

= {1, 3, 4, 6, 8}

الأعداد الحقيقية:

وتتكون من:

1- الأعداد الطبيعية:

وتسمى الأعداد من {..... ,0, 1, 2, 3, 4} مجموعة الأعداد الطبيعية.

2- الأعداد الصحيحة:

وهي تتألف من مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة (الأعداد الطبيعية) والأعداد الصحيحة السالبة ويمكن كتابة الأعداد الصحيحة بالشكل الاتي:

....., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

3- الأعداد النسبية:

وهي الأعداد التي يمكن التعبير عنها على صورة نسبة بين عددين صحيحين (كسور اعتيادية) كالاتي:

$\frac{a}{b}$, b ≠ 0

حيث أن a, b عددين صحيحين.

4- الأعداد غير النسبية:

وهي الأعداد التي لا يمكن التعبير عنها على صورة نسبة بين عددين صحيحين

($\frac{a}{b}$: b ≠ 0).

تمارين:

1- عرف كلا مما يأتي:

أ- الفئة.

ب- الفئة الخالية.

ج- الفئة الجزئية.

د- تساوي الفئات.

2- إذا كانت الفئة الشاملة U والفئات A, B, C كالآتي:

U = {4, 6, 10, 2, 18, 13}

A= {4, 2, 10 }

B= {10, 2}

C = {6, 10, 18}

فأوجد:

أ- A^C , B^C , C^C

ب- $A \cap B$, $A \cup B$

ج- $A \cap B \cap C$, $(A \cap B)^C$

د- $A^C \cap B$, $A \cup B \cup C$

هـ - $(A \setminus B)$, $(B \setminus A)$

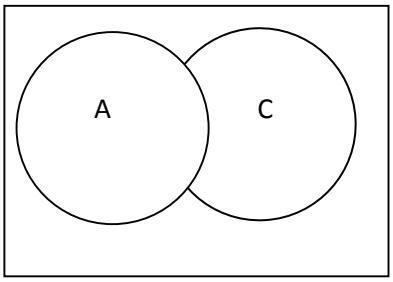
3- ارسم شكل فن لكل من العلاقات التالية:

$A \cap (B \cap C)$

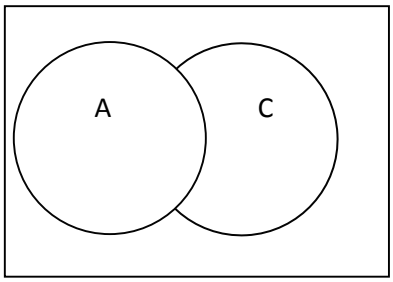
4- ظلل الأشكال(1).....(7) كالآتي:

في الشكل 1 ظلل $C \setminus A$

في الشكل 2 ظلل $A^C \cap C$



شكل (1)



شكل (2)

5- إذا كانت:

U = {a, b, c, e, f, g}

A = {a, b, c, d, e }

B = {a, c, e, g}

C = { b, e, f, g}

فأوجد:

(1) $A \cup C$, $B \cap A$

(2) $C \setminus B$, $B^C \cup C$

6- عرف كلا من الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية.