



جامعة العلوم الحديثة
UNIVERSITY OF MODERN SCIENCES

الجمهورية اليمنية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة العلوم الحديثة
كلية التعليم المفتوح وعن بعد

الرياضة البحتة

الماضرة الثانية

1

جامعة العلوم الحديثة – التعليم المفتوح وعن بعد

www.ums-edu.com/distance

distance@ums-edu.com

Tel: +967- 01- 530380

الأسس والجنور

الأسس

إذا كان لدينا عدد حقيقي (X) مضروباً في نفسه (n) من المرات فتستطيع التعبير عن ذلك في صورة مختصرة كما يلي

$$x^n = x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x_n$$

حيث

X : هي الأساس

n : عدد صحيح موجب وهو عبارة عن الأس

مثال :

المقدار 9^3 فيه الأسس = 9 والأس = 3

الأسس

أولاً :- الأسس الصحيحة الموجبة

$$1) x^n \times x^m = x^{n+m}$$

EX:

$$8^3 \times 8^2 = 8^{3+2} = 8^5$$

$$2) (x^n)^m = x^{n \times m}$$

EX:

$$(6^4)^3 = 6^4 \times 3 = 6^{12}$$

$$3) (X \times Y)^n = x^n \times y^n$$

Ex:

$$(5 \times 4)^2 = 5^2 \times 4^2$$

$$4) \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m} \quad n > m$$

EX:

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$$

$$5) x^0 = 1 \quad x \neq 0$$

$$6) \left[\frac{x}{y} \right]^n = \frac{x^n}{y^n} \quad y \neq 0$$

ثانياً : الأسس الصحيحة السالبة

$$1) x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Ex :

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5}$$

$$2) \frac{x^{-n}}{x^{-m}} = x^{m-n} = \frac{x^m}{x^n}$$

EX:

$$\frac{3^{-2}}{3^{-4}} = 3^{4-2} = 3^2$$

$$3) (x \times y)^{-n} = x^{-n} \times y^{-n}$$

Ex:

$$(5 \times 6)^{-3} = 5^{-3} \times 6^{-3}$$

$$4) \left(\frac{x}{y} \right)^{-n} = \frac{x^{-n}}{y^{-n}}$$

Ex:

$$\left(\frac{4}{3} \right)^{-2} = \frac{4^{-2}}{3^{-2}}$$

$$5) (x^{-n})^{-m} = x^{n \times m}$$

Ex:

$$(4^{-3})^{-2} = 4^{3 \times 2} = 4^6$$

$$6) (x^{-n} \times y^{-m})^{-k} =$$

$$x^{n \times k} \times y^{m \times k}$$

Ex:

$$(4^{-2} \times 3^{-3})^{-4} = 4^{2 \times 4} 3^{3 \times 4}$$

$$= 4^8 \times 3^{12}$$

الجزور:

الجزور النوني للمقدار $x^{\frac{1}{n}}$ ويكتب كما يلي

$$\sqrt[n]{x}$$

كما يعبر عنه كسريا كما يلي

$$\sqrt[a]{x^b} = x^{\frac{b}{a}}$$

قوانين الجزور:

$$(1) \sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

EX:

$$\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{9 \times 3} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$(2) x^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$$

EX:

$$36^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$$

$$(3) \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

EX:

$$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{2}{3}$$

$$(4) \sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = m \times n \sqrt{x}$$

EX:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3 \times 2]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2^{\frac{6}{6}} = 2$$

كما في المثال السابق.

- استخدام الأسس في تبسيط عملية الضرب والقسمة وحل المعادلات.

أولاً : الضرب والقسمة .

مثال: اختصر إلى أبسط صورته.

$$\begin{aligned} 1) & \frac{125^2 \times 16^3 \times 2^3}{20^4 \times 8^4} \\ &= \frac{(5^3)^2 \times (2^4)^3 \times 2^3}{(2^2 \times 5)^4 \times (2^3)^4} \\ &= \frac{5^6 \times 2^{12} \times 2^3}{2^8 \times 5^4 \times 2^{12}} \\ &= 5^{6-1} \times 2^{12+3-8-12} = 5^2 \times 2^{-5} \\ \frac{25}{35} &= \frac{5^2}{2^5} \end{aligned}$$

ثانياً حل المعادلات الأسية:

وتستخدم قوانين الأسس في حل المعادلات الأسية و التي تأخذ الصورة

$$a^x = c$$

مثال : أوجد قيمة x التي تحقق كلاً من المعادلات :

$$1) 3^{x+4} = 27$$

$$2) \left(\frac{2}{3}\right)^{x+5} = \left(3\frac{3}{8}\right)^{-2}$$

الحل

$$(1) \quad 27 = 3^3$$

$$\therefore 3^{x+4} = 3^3$$

الأساسات متساوية نساوي الأسس

$$x + 4 = 3 \Rightarrow x = 3 - 4$$
$$x = -1$$

$$(2) \left(\frac{2}{3}\right)^{x+5} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x+5} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x+5} = \left(\frac{2^3}{3^3}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x+5} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

الأساسات متساوية نساوي الأسس

$$x + 5 = 6$$

$$x = 6 - 5$$

$$x = 1$$

• الدالة الأسسية:

إذا كانت a عدد حقيقياً موجباً ($1 \neq$) فإن الدالة $f(x) = a^x$

مثال :

$$(1) f(x) = 3^x$$

أساسها = 3

$$(2) f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

أساسها = $\frac{1}{3}$

مثال :

إذا كانت $f(x) = 7^x$ فاوجد قيمة $f(-3), f\left(\frac{1}{2}\right)$

6

جامعة العلوم الحديثة - التعليم المفتوح وعن بعد

الحل

$$\therefore f(x) = 7^x$$

$$\therefore f(-3) = 7^{-3} = \frac{1}{7^3} = \frac{1}{343}$$

$$= f\left(\frac{1}{2}\right) = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$$

مثال:

$$f(x) = 7^x, f(x) + f(x-1) = 56$$

فما قيمة x

$$\therefore f(x) = 7^x, f(x-1) = 7^{x-1}$$

$$\therefore 7^x + 7^{x-1} = 56$$

$$7^{x-1}(7+1) = 56$$

$$7^{x-1} \times 8 = 56$$

$$\therefore 7^{x-1} = 7$$

$$x-1 = 1 \therefore x = 2$$

تمارين:

(1) أوجد قيمة المقادير الآتية:

أ) $5x^3 \times 2x^4$

ب) $\frac{14y^8}{2y^5}$

ج) $\frac{625}{5^3}$

د) $(3y^2 \times 4x^2)^3$

(2) اختصر إلى أبسط صورة:

أ) $5^4 \times 2^5 \times 2^{-6} \times 5^{-2}$

ب) $\frac{125^5 \times 16^3 \times 2^3}{20^4 \times 8^4 \times 5^7}$

(3) أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

أ) $3^{x-2} = 9$

ب) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x} = \frac{81}{16}$

(4) إذا كانت:

$$f(x) = 5^x, f(x) + f(x+1) = 30$$

فأوجد قيمة:

$$f(-2), f(0.5), x$$