الجمهورية اليمنية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة العلوم الحديثة

كلية التعليم المفتوح وعن بعد

جامعة العلوم الحديثة
UNIVERSITY OF MODERN SCIENCES

الرياضة البحتة

المحاضرة الثالثة

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

أولا المتباينات

تعريف: تعبر المتباينات عن العلاقة الترتيبية بين الأعداد الحقيقية فإذا كان a, b عددين حقيقيين وغير متساويين ($a \neq b$)، فان إحداهما يكون اكبر من الآخر ويعبر عن ذلك بالاتي:ـ

$a>b$ وذلك إذا كان a اكبر من b فان $a-b>0$ (أي الفرق مقدار موجب)

أو$a<b$ وذلك إذا كان a اصغر من b فان $a-b<0$ (أي الفرق مقدار سالب).

مثلا $6>4$ ، $9>5$

$-7<-3$ ، $-4<-2$

أما إذا كانت المتباينة $a \geq b$ فإنهما تستخدم للدالة على أن $a<b$ أو $a=b$

أو إذا كانت المتباينة $a \leq b$ فإنها تستخدم للدالة على أن $a<b$ أو $a=b$

- **بعض قواعد استخدام م المتباينات**

القاعدة الأولى:

لا تتغير المتباينة إذا أضيف (أو طرح من) طرفيها عدد حقيقي إذا كان $a<b$ و C عدد حقيقي فان $b+c>a+c$

وكذلك $b-c>a-c$

القاعدة الثانية:

لا تتغير المتباينة إذا ضرب (أو قسم)طرفيها بعدد حقيقي موجب إذا كان $a>b$ وC عدد حقيقي فان $ab>bc$

وكذلك $\frac{b}{c}>\frac{a}{c}$

القاعدة الثالثة:

تتغير إشارة علاقة المتباينة إذا ضرب بعدد حقيقي سالب إذا كان $a>b$, c عدد حقيقي فان $ac<bc$

$\frac{b}{c}<\frac{a}{c}$

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

القاعدة الرابعة:

إذا كان $a > b$ و $b > c$ فان $a > c$

ويمكن أن تدمج المتباينتين بمتباينة واحدة المتباينة المركبة وتمتاز بان لها ثلاثة أطراف ويمكن أن تعبر عنها كالآتي $a > b > c$.

القاعدة الخامسة:

إذا نقل أي حد من حدود المتباينة من احد طرفيها إلى الطرف الآخر فتتغير إشارة الحد المنقول في حين لا تتغير إشارة المتباينة

إذا كان $a - c > b$

فان $a > b + c$.

القاعدة السادسة:

إذا استبدلت حدود المتباينة كل منها مكان الآخر فتغير إشارة المتباينة

إذا كان $a > b$ فان $b < a$.

القاعدة السابعة:

إذا كانت هناك متباينة على شكل كبير له نفس الإشارة وقلب كل من طرفيها تغيرت إشارة المتباينة

إذا كان $\frac{c}{a} > \frac{a}{b}$ فان $\frac{a}{c} < \frac{b}{a}$

جامعة العلوم الحديثة – التعليم المفتوح وعن بعد
www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

- **حل المتباينة من الدرجة الأولى من متغير واحد:**

يقصد بحل المتباينة التي تحتوي على مجهول واحد وليكن (x) هو تحديد جميع الأعداد الحقيقية ل (x) التي تحقق المتباينة

مثال حل المتباينة الآتية

$4x + 5 > 2x + 9$

بإضافة 2x-إلى الطرفين

$2x + 5 > 9 = +4x + 5 > -2x + 2x + 9 - 2x$

بإضافة 5- إلى الطرفين

$2x > 4 = 2x + 5 > -5 + 9 - 5+$

بالقسمة على 2 كلا من الطرفين

$X > 2$

مثال:

حل المتباينة الآتية

$4(1-x) < 8$

بقسمة الطرفين على 4

$1- x < 2$

بإضافة -1 إلى الطرفين

$-x < 1$

بالضرب في 1-

$X > 1$

- **المتباينة المزدوجة**

سمى المتباينة التي من الشكل $a \geq x \geq b$ أو $a > x > b$ متراجحة مزدوجة.

مثال:-

أوجد قيم x التي تحقق المتباينة الآتية

$5 > 7- 2x > -3$

الحل

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

بإضافة7- إلى كلا من الأطراف

$-2 > -2x > -10$

بقسمة جميع الأطراف على -2

$1 < x < 5$

ويمكن أن تكتب $5 > x > 1$

- **حل نظام متباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد:**

يتكون حل نظام جملة متباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد تقاطع مجموعات حل المتباينات المكونة للنظام جبريا أو بيانيا

مثال:-
أوجد الحل المشترك للمتباينات الآتية

$2x - 3 \geq o \qquad or \qquad \frac{2x - 7}{4} < 0$

الحل:

باعتبار $2x - 3 \geq 0$ المتباينة الأولى

بإضافة 3 إلى الطرفين

$2x \geq 3$

بقسمة الطرفين على 2

$x \geq 1\frac{1}{2}$

باعتبار $\frac{2x - 7}{4} < 0$ المتباينة الثانية

بضرب الطرفين في 4

$2x - 7 > 0$

بإضافة7إلى الطرفين

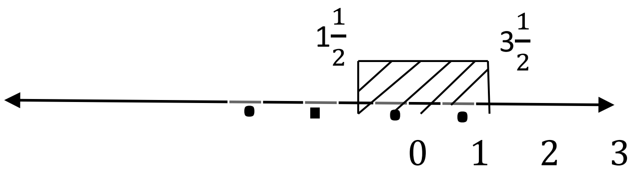
$2x > 7$

جامعة العلوم الحديثة – التعليم المفتوح وعن بعد
www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

بقسمة الطرفين على 2

$X > 3\frac{1}{2}$

من (1) و (2) نحصل على الحل المشترك للمتباينة والمتمثل بجميع الأعداد الحقيقية التي تزيد أو تساوي$\frac{3}{2}$ وتقل عن $3\frac{1}{2}$ونظرا لعدم وجود أعداد حقيقية تحقق ذلك فانه يوجد حل مشترك للمتباينتين معا وهو المحصورة بين($1\frac{1}{2}$ و$3\frac{1}{2}$)كما في الشكل



ثانيا القيمة المطلقة

إذا كان لدينا عدد حقيقي[x] وكانت [x ≠ 0]فان القيمة المطلقة للعدد [x] والتي نرمز لها بالرمز $|x|$هي عدد حقيقي موجب.

$$|x| = \begin{cases} X \text{ if } x \geq 0 \\ -X \text{ if } x < 0 \end{cases}$$

∴ هي عدد حقيقي يساوي xإذا كان x غير سالب ويساوي x–إذا كانتx سالبة أي إذا كان x عددا موجبا أو صفر $X \geq 0$ فان القيمة المطلقة للعدد$|x|$ هو العدد x نفسه.

أما إذا كان x عدد سالبا (x<0) فتعرف القيمة المطلقة للعدد (-x) بالقيمة (-x) فمثلا $|0| = 0$ و$|-5| = 5$ $|6| = 6$

بعض خصائص القيمة المطلقة

إذا كان $a, b \in R_+$

$X, Y \in R$,

فان

جامعة العلوم الحديثة – التعليم المفتوح وعن بعد

www.ums-edu.com/distance

distance@ums-edu.com

Tel: +967- 01- 530380

1) X, Y عددين حقيقيين فان $|X+Y| \leq |X| + |y|$

2) $|X| \geq 0 \ \forall X \in R$

3) $|X| = x = a$ or $x = -a$

4) $|X| < a \Leftrightarrow -a < x < a$

5) $|X| \geq a \Leftrightarrow x \geq a$ or $x \leq -a$

6) $|X| = |x.y| . |y|$

مثال :

حل المتباينة الآتية

$|2x-1| < 5$

الحل

باستخدام الخاصية رقم (4) من خواص القيم المطلقة أعلاه فان المتباينة المعطاة تكافئ المتباينة:

$-5 < 2x-1 < 5$

وبإضافة 4 إلى أطراف المتباينة نحصل على

$-4 < 2x < 6$

وبقسمة أطراف المتباينة على 2

$-2 < x < 3$

أي أن الحل هو جميع الكسور العشرية التي تنحصر بين (-2 , 3)

مثال:

حل المتباينة الآتية

$|3x-9|<3$

باستخدام الخاصية الرابعة $-3< 3x -9 < 3$

بإضافة 9 إلى كل طرف من الأطراف

$6 < 3x < 12$

بقسمة جميع الأطراف على 3

$2<x < 4$

نحصل على حل للمتباينة والمتمثلة بجميع الأعداد الحقيقية المحصورة (2 , 4).

- **حل المتباينات الخطية في حالة مجهولين:**

وفي هذا الجزء سوف نتناول حل المتباينات «بيانيا» في حالة مجهولين

الصورة العامة للمتباينات في حالة مجهولين هي

$$(1)\quad ax + bY \geq c \qquad \text{or} \qquad ax + bY > c$$

$$(2)\quad ax + bY \leq c \qquad \text{or} \qquad ax + bY < c$$

حيث أن (a, b, c) كميات ثابتة وحل إحدى المتباينات السابقة يتوقف على قيم الكميات الثابتة (a, b, c) ويحدده الخط المستقيم الذي معادلته وفق الصيغة التالية

$$Ax + by = c$$

مثال:

ارسم منطقة تحديد الحل المشترك

1- رسم المعادلة الخطية المناظرة للمتباينة
2- اختيار نقطة بحيث لا تقع على خط المعادلة وتقع على احد جانبي الخط
3- إذا كان إحداثي (x, y) للنقطة المختارة تحقق المتباينة الخطية فتكون هذه الجهة تمثل الحل المشترك للمتباينة

$$4x + 2y \leq 60$$

$$2x + 4y \leq 48$$

$$X \geq 0 , y \geq 0$$

الحل:

نرسم المتباينتين بيانيا وكما يلي

المجهول (x) على محور السينات والمجهول (y) علي محور الصادات

أولا: رسم المتباينة إلى معادلة خط مستقيم

$$4x + 2y = 60$$

في هذه المتباينة هناك مجهولين تتحدد قيمتها في نقطتين إحداهما تمثل قيمة (x) وتقع على محور السينات والأخرى تمثل قيمة (y) وتقع على محور الصادات وسوف يتم تحديد النقطتين كما يلي

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

بفرض $y = 0$

$\therefore 4x = 60$

بقسمة الطرفين على 4

$X = \frac{60}{4} = 15$

وبالتالي فان النقطة الأولى هي $(15, 0)$

بفرض أن $x = 0$

$\therefore 2y = 60$

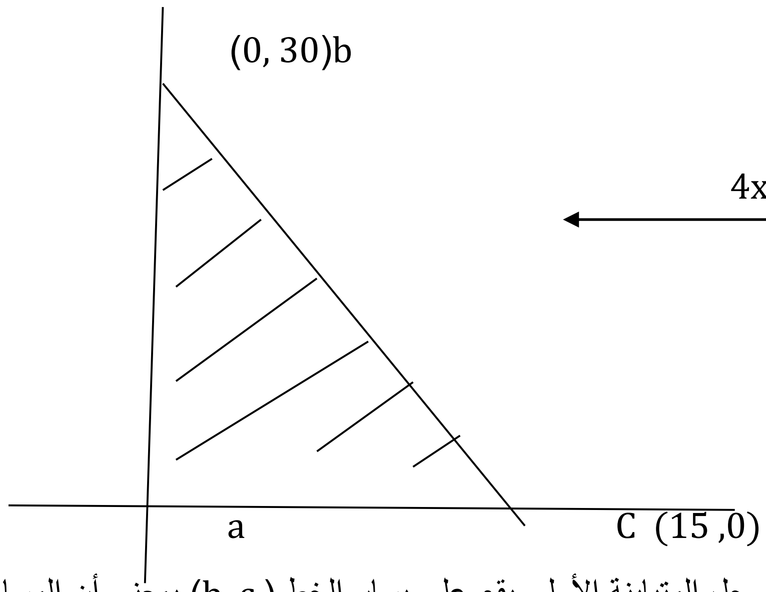
بقسمة الطرفين على 2

$\therefore y = 30$

$\therefore$ النقطة الثانية هي $(0,30)$

وعليه فانه يتم تحديد النقطتين على محوري السينات والصادات كما يلي:

شكل (1)



يتضح من خلال الشكل رقم (1) أن حل المتباينة الأولى يقع على يسار الخط (b ,c) بمعنى أن المساحة المظللة (a, b, c) هي المنطقة التي تحقق المتباينة $4x + 2y \leq 60$

www.ums-edu.com/distance

distance@ums-edu.com

Tel: +967- 01- 530380

ثانيا: رسم المتباينة الثانية

يتم تحويل المتباينة إلى معادلة خط مستقيم

$$2x+4y=48$$

في هذه المتباينة هناك مجهولين تتحدد قيمتها في نقطتين إحداها تمثل قيمة (x) وتقع على محور السينات والآخر تمثل قيمة (y) وتقع على محور الصادات وسوف يتم تحديد النقطتين كما يلي:

بفرض $y=0$

$\therefore 2x=48$

بقسمة الطرفين على 2

$\therefore x=24$

وبالتالي فان النقطة الأولى هي $(24, 0)$

بفرض أن $x=0$

$4y=48$

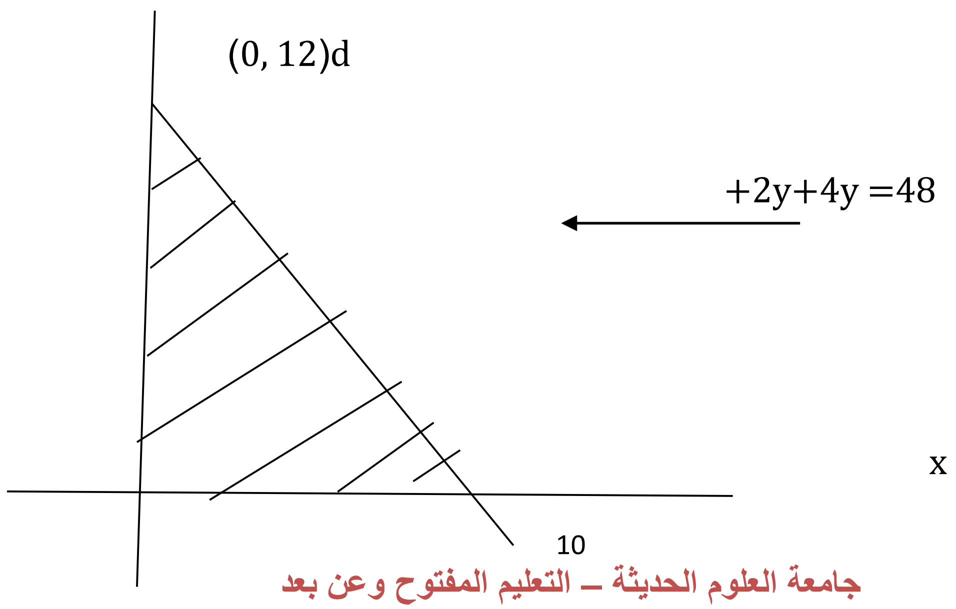
بقسمة الطرفين على 4

$\therefore y=12$

إذا النقطة الثانية هي $(0 , 12)$

وبالتالي فانه يتم تحديد النقطتين على محوري السينات والصادات كما يلي

شكل (2)



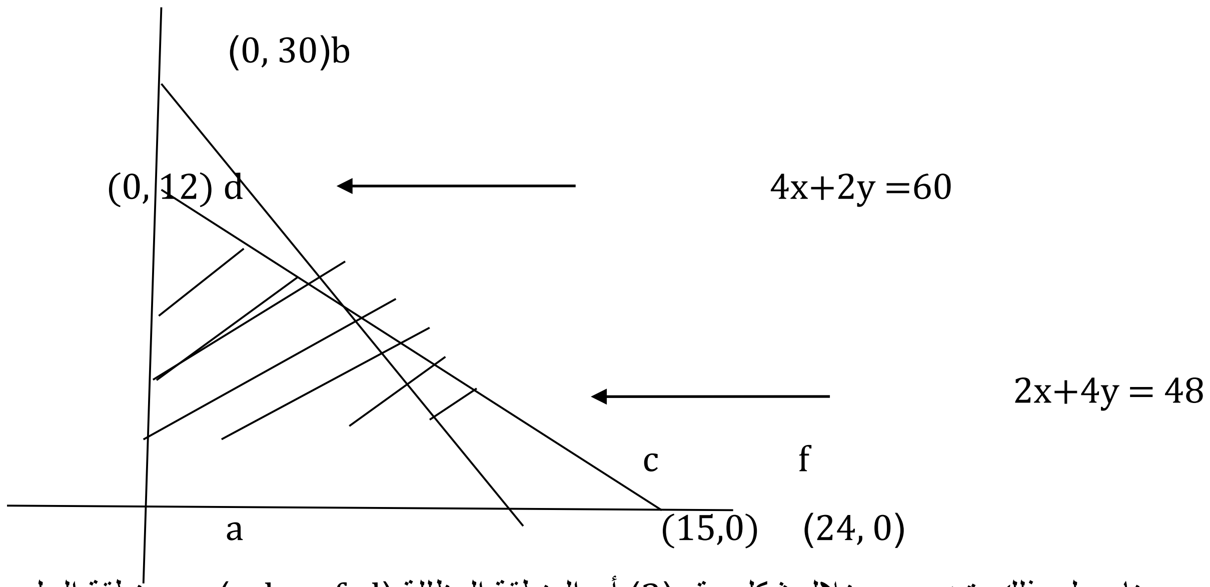
جامعة العلوم الحديثة – التعليم المفتوح وعن بعد
www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

a f (24 ,0)

يتضح من خلال الشكل رقم (1) أن حل المتباينة الثانية يقع على يسار الخط (d ,f) بمعنى أن المساحة المضللة (a, d, f) هي المنطقة التي تحقق المتباينة $2x + 4y \leq 48$

وعليه فانه لتحديد منطقة الحل المشترك للمتباينتين معا سوف يتم دمج الشكلين (1 ,2) في شكل واحد كما يلي

شكل رقم (3)



وبناء على ذلك يتضح من خلال شكل رقم (3) أن المنطقة المظللة (a, b, c, f, d) هي منطقة الحل المشترك للمتباينتين

$$4x + 2y \leq 60$$

$$2x + 4y \leq 48$$

$$X \geq 0 , \quad y \geq 0 .$$

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

تمارين

أولا: أوجد قيمx التي تحقق المتباينات الآتية:

أ) $3x + 4 > 5$

ب) $3x - 4 < 5$

ج) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} < 0$

د) $4x - 2x < 3x - 6$

ثانيا: حل المتباينات الآتية:

أ) $|x + 1| < 4$

ب) $|3 - 7x| < 6$

ج) $|12 + 5x| < 1$

د) $|2x + 1| \leq 1$

ثالثا: أوجد الحل المشترك للمتباينات الآتية:

أ) $-1 < x < 2 \, , \, -2 < x < 2-$

ب) $|x| < 1 \, , \, |x| < 2$

رابعا: أوجد الحل المشترك للمتباينات التالية:

$2x + 3y \geq 12$

$5x + 4y \geq 20$

$X \geq 0 \, , \, y \geq 0$

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380