الجمهورية اليمنية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة العلوم الحديثة

كلية التعليم المفتوح وعن بعد

الرياضة البحتة

المحاضرة السابعة

www.ums-edu.com/distance
distance@ums-edu.com
Tel: +967- 01- 530380

المتسلسلات:

هي مجموعة من الأعداد الحقيقة مرتبة تصاعدياً أو تنازليا أو ترددية الإشارة بحيث يربط حدودها المتتالية علاقة محددة. وقد تكون محدودة بعدد معين من الحدود أوقد تكون لانهائية الحدود.

❖ الأشكال العامة للمتسلسلات:-

1) متسلسلة مجموعه الأعداد الطبيعية:

$$\{1,2,3,\ldots,\infty\}$$

2) متسلسلة مجموعه الأعداد الصحيحة:-

$$\{\infty\text{-},\ldots,-2,-1,0,1,2,3,\ldots,\infty\}$$

3) متسلسلة مجموعه أعداد كسرية:-

$$\{\frac{1}{8},\frac{2}{8},\frac{3}{8},\ldots,^{\circ}$$ (4

متسلسلة مج **4)** لأعداد الأولية المركبة:-

$$\{1,2,6,24,120,\ldots\}$$

ترى أن مجموعه الأعداد هذه لا يربطها نظام ثابت ولكن إذا حللنا هذه الأعداد إلى عواملها نحصل علا هذه المجموعة:-

$$\{1,1*2,1*2*3,1*2*3*4,1*2*3*4*5,\ldots\}$$

ويمكن أن تكتب على شكل المضروب كما يلي:

$$\{1!,2!,3!,4!,5!,\ldots\}$$

ــ وبهذا تكون هناك علاقة ثابتة تربط بين الأعداد.

جمع المتسلسلات:

سنوجد مجموع متسلسلات الأعداد الطبيعية الصحيحة المحدودة العدد:

أولاً: مجموع المتسلسلة المحدودة للأعداد الطبيعية

لإيجاد مجموع المتسلسلة الطبيعية:

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مثـــــــال:

أوجد مجموع متسلسلات الأعداد الطبيعية التالية:

1- $\{1,2,3,\ldots,29,30\}$ 2- $\{9,10,11,\ldots\ldots,50\}$

الحـــــل

$$S_{30} = \frac{30(30+1)}{2} = \frac{30(31)}{2}$$

$$= \frac{930}{2} = 465$$

نجد أن قانون جمع متسلسلة الأعداد الطبيعية يشترط أن تبدأ المتسلسلة بالعدد(1) ويكون عدد حدودها محدود هو (n) وهو الحد الأخير.

ولهذا سوف نستكمل المتسلسلة المعطاة بإضافة متسلسلة الأعداد الناقصة والتي تبدأ من (1) إلى (8) ويكون لدينا المتسلسلة {1,2,3,…,49,50}

$$S_{50} = \frac{50(51)}{2} =$$

$$= \frac{2550}{2} = 1275$$

ـ ثم نوجد مجموع المتسلسلة من 1 إلى 8 كما يلي :

$$S_7 = \frac{7(8)}{2}$$

$$= \frac{56}{2} = 28$$

$$s = s_{50} - s_7 = 1275 - 28 = 1247$$

ثانياً: مجموع المتسلسلة المحدودة لمربعات الأعداد الطبيعية:-

ويكون مجموع المتسلسلة كما يلي:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

مثـــــــال:

أوجد مجموع مربعات الأعداد الطبيعية من 1إلى 20

الحـــــــل

$\{(1)^2, (2)^2, (3)^2, \ldots, (20)^2\}$

$$S_{20} = \frac{20(21)(41)}{6} = \frac{17220}{6} = 2870$$

مثـــــــال:

أوجد مجموع مربعات الأعداد الطبيعية التالية:

$\{5^2,6^2, 7^2, 8^2,\ldots,30^2\}$

الحـــــل

لابد أن نوجد المتسلسلة الناقصة كما يلي:

$(1)^2+(2)^2+(3)^2+(4)^2+\ldots+(30)^2$

$$S_1 = \frac{30(31)(61)}{6} = \frac{56730}{6} = 9455$$

$$S_2 = \frac{4(5)(9)}{6} = \frac{180}{6} = 30$$

$$S=S_1- S_2=9455 – 30=9425$$

ـ وبهذا يكون مجموع مربعات الأعداد هو = 9425.

ثالثاً:مجموع المتسلسلة المحدودة لمكعبات الأعداد الطبيعية.

ويكون مجموع المتسلسلة المحدودة لمكعبات الأعداد الطبيعية كما يلي:

$$S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

or

$$S_n = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

مثـــــــال:

أوجد مجموع مكعبات الأعداد الطبيعية من1 إلى 20.

الحـــــل

$1^3+2^3+3^3+\ldots+20^3$

ويكون مجموع المتسلسلة هو:

$$S_{30} = \frac{30^2(31)^2}{4} = \frac{900\ (961)}{4} = \frac{8649}{4} = 216225$$

تمارين

أولا: أوجد مجموع متسلسلات الأعداد الطبيعة التالية:

(1) 1, 2, 3, 4, ..., 29, 30

(2) 6, 7, 8, 9, ...,19, 20

(3) 1, 3, 5, 7, ..., 47, 49

ثانيا: أوجد مجموع متسلسلات مربعات الأعداد التالية:

(1) $1^2, 2^2, 3^2, 4^2$,..... إلى 18حدا

(2) $5^2, 6^2, 7^2, 8^2$,..... إلى 20حدا

ثالثا: أوجد مجموع متسلسلة مكعبات الأعداد التالية:

(1) $1^3, 2^3, 3^3, 4^3$, ..., $16^3, 17^3$

(2) $1^3, 3^3, 5^3, 7^3$, ..., $19^3, 21^3$